

Seat No.: _____

Enrolment No. _____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – I/II • EXAMINATION – SUMMER- 2017

Subject Code: 3320101

Date: 05 - 06 -2017

Subject Name: Applied Mathematics-II

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

(યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલીજગ્યા પુરો)

1 If $z = -4 + 3i$, then $|z| =$ _____.

- a. 7 b. 25 c. 5 d. -1

૧ જો $z = -4 + 3i$, હોય તો $|z| =$ _____.

- અ. 7 બ. 25 સ. 5 ડ. -1

2 $i^{2n} + i^{2n+1} + n^{2n+2} + n^{2n+3} =$ _____.

- a. i b. -1 c. 1 d. 0

૨ $i^{2n} + i^{2n+1} + n^{2n+2} + n^{2n+3} =$ _____.

- અ. i બ. -1 સ. 1 ડ. 0

3 The conjugate complex number of $\frac{2-i}{2+i}$ is _____.

- a. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ b. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ c. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ d. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

૩ $\frac{2-i}{2+i}$ ની અનુબદ્ધ સંકરસંખ્યા _____ છે.

૨૫. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ ૨૬. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ ૨૭. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ ૨૮. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

4 If $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ($x \neq 1$) then, $\frac{f(a)}{f(a+1)} =$ _____.

a. $f\left(\frac{a}{a-1}\right)$ b. $f(a^2)$ c. $2f(x)$ d. $f\left(\frac{2a}{1-a}\right)$

૪ જો વિધેય $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ($x \neq 1$) હોય તો, $\frac{f(a)}{f(a+1)} =$ _____.

૨૫. $f\left(\frac{a}{a-1}\right)$ ૨૬. $f(a^2)$ ૨૭. $2f(x)$ ૨૮. $f\left(\frac{2a}{1-a}\right)$

5 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{2x}}{x} =$ _____.

a. $\frac{8}{9}$ b. $\log_e\left(\frac{9}{8}\right)$ c. $\log_e\left(\frac{8}{9}\right)$ d. 1

૫ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{2x}}{x} =$ _____.

૨૫. $\frac{8}{9}$ ૨૬. $\log_e\left(\frac{9}{8}\right)$ ૨૭. $\log_e\left(\frac{8}{9}\right)$ ૨૮. 1

6 $\frac{d}{dx} (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) =$ _____.

a. $\frac{1}{1-x^2}$ b. $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$ c. $\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$ d. 0

૬ $\frac{d}{dx} (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) =$ _____.

૨૫. $\frac{1}{1-x^2}$ ૨૬. $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$ ૨૭. $\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$ ૨૮. 0

7 $\frac{d}{dx} (e^{-\log x^2}) =$ _____.

a. $\frac{-1}{x}$ b. $\frac{-2}{x^2}$ c. $\frac{1}{x^2}$ d. $\frac{2}{x^2}$

૭ $\frac{d}{dx} (e^{-\log x^2}) =$ _____.

૨૫. $\frac{-1}{x}$ ૨૬. $\frac{-2}{x^2}$ ૨૭. $\frac{1}{x^2}$ ૨૮. $\frac{2}{x^2}$

8 If $x = at^2$ and $y = 2at$ then, $y_1 =$ _____.

a. t b. at c. $\frac{1}{t}$ d. $\frac{a}{t}$

૮ જો $x = at^2$ અને $y = 2at$ હોય તો $y_1 =$ _____.

અ. t

બ. at

ક. $\frac{1}{t}$

દ. $\frac{a}{t}$

9 If $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{3}$ then $\frac{dy}{dx} =$ _____.

a. $\sqrt{\frac{x}{y}}$

b. $-\sqrt{\frac{y}{x}}$

c. $-\sqrt{\frac{x}{y}}$

d. $\sqrt{\frac{y}{x}}$

e $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{3}$ હોય તો $\frac{dy}{dx} =$ _____

અ. $\sqrt{\frac{x}{y}}$

બ. $-\sqrt{\frac{y}{x}}$

ક. $-\sqrt{\frac{x}{y}}$

દ. $\sqrt{\frac{y}{x}}$

10 $\int e^{5x} dx =$ _____.

a. $5e^{4x}$

b. $\frac{e^{5x}}{5}$

c. $\frac{e^{4x}}{4}$

d. e^{5x}

૧૦ $\int e^{5x} dx =$ _____.

અ. $5e^{4x}$

બ. $\frac{e^{5x}}{5}$

ક. $\frac{e^{4x}}{4}$

દ. e^{5x}

11 $\int \frac{dx}{x^2-25} dx =$ _____.

a. $\frac{1}{10} \log \left| \frac{x-5}{x+5} \right|$

b. $\frac{1}{10} \log \left| \frac{5+x}{5-x} \right|$

c. $\frac{1}{2} \log \left| \frac{x-5}{x+5} \right|$

d. $\frac{1}{2} \log \left| \frac{5+x}{5-x} \right|$

૧૧ $\int \frac{dx}{x^2-25} dx =$ _____.

અ. $\frac{1}{10} \log \left| \frac{x-5}{x+5} \right|$

બ. $\frac{1}{10} \log \left| \frac{5+x}{5-x} \right|$

ક. $\frac{1}{2} \log \left| \frac{x-5}{x+5} \right|$

દ. $\frac{1}{2} \log \left| \frac{5+x}{5-x} \right|$

12 $\int_0^e \log x dx =$ _____.

a. 1

b. 0

c. e

d. e - 1

૧૨ $\int_0^e \log x dx =$ _____.

અ. 1

બ. 0

ક. e

દ. e - 1

13 The degree of the differential equation $\sqrt[3]{\frac{d^2y}{dx^2}} = \sqrt{\frac{dy}{dx}}$ is _____.

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 6

૧૩ વિકલ સમિકરણ $\sqrt[3]{\frac{d^2y}{dx^2}} = \sqrt{\frac{dy}{dx}}$ નું પરિમાણ _____ છે.

- અ. 1 બ. 2 ક. 3 ડ. 6

14 The integrating factor for the differential equation $\frac{dy}{dx} - 2y = \cos x$ is _____.

- a. $2x$ b. $-2x$ c. e^{-2x} d. e^{2x}

૧૪ વિકલ સમિકરણ $\frac{dy}{dx} - 2y = \cos x$ નો સંકલ્પકારક અવયવ _____ છે.

- અ. $2x$ બ. $-2x$ ક. e^{2x} ડ. e^{-2x}

Q.2 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + 1})$: evaluate .

૧. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + 1})$: મેળવો.

2. Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{2x}{5})^{\frac{7}{x}}$

૨. મેળવો : $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{2x}{5})^{\frac{7}{x}}$

3. $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan \theta - \sin \theta}{\theta^3}$ evaluate it

૩. $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan \theta - \sin \theta}{\theta^3}$: મેળવો.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $f(x) = \log \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$ then prove that , $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x)$

૧. જો $f(x) = \log \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$ હોય તો સાબિત કરો કે , $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x)$

2. Evaluate it : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$.

૨. મેળવો : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$.

૩. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)}{(1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3)}$: evaluate it.

૩. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)}{(1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3)}$: મેળવો.

Q.3 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Find derivative of $2x^2 - 3x$ by first principal of derivative.

૧. $2x^2 - 3x$ નું વિકલન ના પ્રથમ સિધ્ધાંતથી શોધો.

2. Obtain $\frac{dy}{dx}$ for $y = \log \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$.

૨. $y = \log \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ માટે $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

3. If $y = \sin(x + y)$ then find $\frac{dy}{dx}$.

$y = \sin(x + y)$ માટે $\frac{dy}{dx}$ મેળવો..

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. The area A of a circle of diameter d is given for the following table, then calculate the area of the circle by Newton's forward interpolation formula when its diameter d is 82.

X	80	85	90	95	100
y	5026	5674	6362	7088	7854

૧. કોઈ વર્તુળનું શ્રેત્રફળ A તથા તેનો વ્યાસ d નીચેના ટેબલ દ્વારા દર્શાવેલ છે, તો ન્યુટન ના ફોરવર્ડ ઇન્ટરપોલેશન ના સુત્રની મદદથી જ્યારે વ્યાસ 82 હોય ત્યારે શ્રેત્રફળ શોધો.

X	80	85	90	95	100
y	5026	5674	6362	7088	7854

2. If $y = A \cos pt + B \sin pt$, prove that $\frac{d^2y}{dt^2} + p^2y = 0$.

૨. જો $y = A \cos pt + B \sin pt$, હોય તો સાબિત કરો કે, $\frac{d^2y}{dt^2} + p^2y = 0$.
૩. The equation of the motion of a particle is $t^3 + 2t^2 - 3t + 5 = 0$ Find the velocity and acceleration of the particle at $t = 1$ and $t = 2$ seconds.
૩. એક કણ ની ગતિ નું સમિકરણ $t^3 + 2t^2 - 3t + 5 = 0$ છે, તો $t = 1$ અને $t = 2$ સેકન્ડ પર વેગ અને પ્રવેગ ના મુલ્યો શોધો.

Q.4 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

૧. $\int \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$: evaluate it.

૧. $\int \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$: મેળવો.

૨. $\int x^2 \log x dx$: evaluate it.

૨. $\int x^2 \log x dx$: મેળવો.

૩. $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$: evaluate it.

$\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$: મેળવો.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

૧. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}} : evaluate it.$

૧. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}} : મેળવો.$

૨. Find the area bounded by the curve $y = x^2 + x + 1$, x-axis and $x = 1, x = 2$.

૨. વક્ર $y = x^2 + x + 1$ તથા, x-અક્ષ, $x = 1, x = 2$ દ્વારા ઘેરાયેલા પ્રદેશ નું શ્રેત્રફળ શોધો

૩. Using Lagrange's interpolation formula, find the value of y-corresponding to $x = 10$, from the following table.

X	5	6	9	11
Y	12	13	14	16

૩. લંગ્રાજે ના ઇન્ટર્પોલેશન સુત્ર નો ઉપયોગ કરીને $x = 10$ પર y નું મુલ્ય શોધો.

X	5	6	9	11
Y	12	13	14	16

Q.5 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Find the square root of the complex number : $4 - 4\sqrt{3}$.

૧. સંકર સંખ્યા $4 - 4\sqrt{3}$ નું વર્ગમૂળ શોધો.

2. Prove that $\left(\frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\sin \theta + i \cos \theta}\right)^4 = \cos 8\theta + i \sin 8\theta$.

૨. સાબિત કરો કે : $\left(\frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\sin \theta + i \cos \theta}\right)^4 = \cos 8\theta + i \sin 8\theta$.

3. Solve the equation : $x(1 + y^2)dx - y(1 + x^2)dy = 0$.

૩. વિકલ સમિકરણ $x(1 + y^2)dx - y(1 + x^2)dy = 0$ નો ઉકેલ શોધો.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $z_1 = 2 - 3i$ and $z_2 = -3 + i$ then find $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1.z_2$ and also z_1/z_2 .

૧. જો $z_1 = 2 - 3i$ અને $z_2 = -3 + i$ હોય તો, $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1.z_2$ તથા z_1/z_2 શોધો.

2. Solve the given differential equation: $x \frac{dy}{dx} + 2y = \log x$.

૨. વિકલ સમિકરણ $x \frac{dy}{dx} + 2y = \log x$ ઉકેલો.

3. By using Newton's backward interpolation formula, find y at $x = 0.5$.

X	0	1	2	3	4
Y	1	0	5	22	57

૩. ન્યુટન ના બેકવર્ડ ઇન્ટર્પોલેશન ના સુત્ર ની મદદ થી $x = 0.5$ પર y શોધો.

X	0	1	2	3	4
Y	1	0	5	22	57
