

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER I• EXAMINATION – WINTER-2015

Subject Code: 310034

Date: 12/01/2016

Subject Name: Mathematics-I

Total Marks: 70

Time: 10:30 AM to 1:00PM

Instructions:

1. Attempt all questions.
 2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
 3. Figures to the right indicate full marks.
 4. Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.
 5. Use of only simple calculator is permitted in Mathematics.
 6. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks .

14

(a) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -8 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -8 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$

14. If $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$ then $A^T = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -8 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -8 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$

Q.2 (a) Attempt any two. 06

1. Prove that $\frac{1}{\log_6(24)} + \frac{1}{\log_{12}(24)} + \frac{1}{\log_8(24)} = 2$
2. Prove that $\log(x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0$
3. If for a G.P. $T_8=243$ and $T_5=9$, then find a and r.

(b) Attempt any two. 08

1. If $\log(\frac{a+b}{2}) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ then prove that $a=b$.
2. Find the sum of the series $7+77+777+\dots$ upto n terms.
3. Find the approximate value of $\sqrt{98}$ using Binomial Theorem.

Q.3 (a) Attempt any two. 06

1. If $A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$, then find A^{-1} .
2. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, then find $3A - 2B$.
3. Find the middle term in the expansion of $(\frac{x}{2} - \frac{2}{y})^8$.

(b) Attempt any two. 08

1. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, then show that $A^2 - 5A + 7I = 0$, where I is the unit matrix.
2. If $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ then find A^{-1} .

3. Find the constant term in the expansion of $(2x^2 - \frac{1}{x})^6$.

Q.4 (a) Attempt any two. 06

1. Find $|(2i - 3j + k) \times (i - j + 2k)|$.
2. If $\bar{a} = (3, 1, -1)$, $\bar{b} = (-2, 0, 1)$ and $\bar{c} = (1, 1, -1)$ then find $\bar{a} \cdot (\bar{b} + \bar{c})$.
3. Prove that $|\bar{x} + \bar{y}|^2 + |\bar{x} - \bar{y}|^2 = 2|\bar{x}|^2 + 2|\bar{y}|^2$.

(b) Attempt any two. 08

1. If $\bar{a} = 5i - 3j + 2k$, $\bar{b} = 2i + 3j - k$ and $\bar{c} = i + 2j + 3k$ then find the value of $|2\bar{a} - 3\bar{b} + 4\bar{c}|$.
2. Find the angle between the vectors $2i + j + 4k$ and $i + j + k$.
3. A particle moves from the point $3i - 2j + k$ to the point $i + 3j - 4k$ under the effect of constant forces $i - j + k$, $i + j - 3k$ and $4i + 5j - 6k$. Find the work done.

Q.5 (a) Attempt any two. 06

1. Prove that $\tan \frac{\pi}{20} \tan \frac{3\pi}{20} \tan \frac{5\pi}{20} \tan \frac{7\pi}{20} \tan \frac{9\pi}{20} = 1$.

2. Prove that $\tan 55^\circ = \frac{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}$

3. Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$

(b) Attempt any two.

1. Prove that $\frac{\tan(\pi-\theta)}{\tan(\pi+\theta)} \times \frac{\cot(\pi+\theta)}{\cot(\pi-\theta)} \times \frac{\tan(2\pi+\theta)}{\cot(2\pi-\theta)} = -\tan^2 \theta$

2. If $\tan \theta = \frac{1}{2}$, then prove that $7 \cos 2\theta + 8 \sin 2\theta = \frac{53}{5}$.

3. Draw the graph of $y = \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$.

08

ગુજરાતી

પ્રશ્ન 1 ખાલી જગ્યા પૂરો.

14

1. $\log_9(9) = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

2. $\log_{11}(1) = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

3. જો $3, x, 27$ સમગ્રાણોત્તર શ્રેણીમાં હોય તો $x = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) 3 (b) -3 (c) 6 (d) 9

4. શ્રેણી $5, 10, 20, \dots$ નું સાતમું પદ $\underline{\hspace{2cm}}$ થાય.

- (a) 320 (b) 160 (c) 640 (d) 80

5. ${}^5C_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 20

6. $(2x-5y)^5$ ના વિસ્તરણમાં કુલ પદોની સંખ્યા $\underline{\hspace{2cm}}$ થાય.

- (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6

7. $|i+2j-3k| = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) $\sqrt{13}$ (b) $\sqrt{14}$ (c) $\sqrt{15}$ (d) $\sqrt{16}$

8. જો $\bar{x} = (-1, 1, 0)$ અને $\bar{y} = (3, 2, 1)$ તો $\bar{x} \cdot \bar{y} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

9. $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

10. $\tan 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) 1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

11. $540^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ રેડિયન

- (a) 3π (b) 4π (c) 5π (d) 6π

12. $\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) -1 (b) -2 (c) 1 (d) 2

13. જો $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$ તો $\text{adj}(A) = \underline{\quad}$

(a) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -8 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -8 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$

14. જો $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$ તો $A^T = \underline{\quad}$

(a) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -8 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -8 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$

પ્રશ્ન. 2 (અ) કોઈપણ બે ગણો.

06

1. સાબિત કરો કે $\frac{1}{\log_6(24)} + \frac{1}{\log_{12}(24)} + \frac{1}{\log_8(24)} = 2$

2. સાબિત કરો કે $\log(x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0$

3. જો સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં $T_8=243$ અને $T_5=9$, તો a અને r શોધો.

(બ) કોઈપણ બે ગણો.

08

1. જો $\log(\frac{a+b}{2}) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ તો સાબિત કરો કે $a=b$.

2. શ્રેણી $7+77+777+\dots$ ના પ્રથમ n પદોનો સરવાળો શોધો.

3. $\sqrt{98}$ નું આસજી મૂલ્ય શોધો.

Q.3 (અ) કોઈપણ બે ગણો.

06

1. જો $A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ તો A^{-1} શોધો.

2. જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ તો $3A - 2B$ ની કિંમત શોધો.

3. $(\frac{x}{2} - \frac{2}{y})^8$ ના વિસ્તરણનું મધ્યમ પદ શોધો.

(બ) કોઈપણ બે ગણો.

08

1. જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, તો સાબિત કરો કે $A^2 - 5A + 7I = 0$, જ્યાં I એકમ શ્રેણીક છે.

2. જો $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ તો A^{-1} શોધો.

3. $(2x^2 - \frac{1}{x})^6$ ના વિસ્તરણનું અચળ પદ શોધો.

Q.4 (અ) કોઈપણ બે ગણો.

06

1. $|(2i - 3j + k) \times (i - j + 2k)|$ ની કિંમત શોધો.

2. જો $\bar{a} = (3, 1, -1)$, $\bar{b} = (-2, 0, 1)$ અને $\bar{c} = (1, 1, -1)$ તો $\bar{a} \cdot (\bar{b} + \bar{c})$ ની કિંમત શોધો.

3. સાબિત કરો કે $|\bar{x} + \bar{y}|^2 + |\bar{x} - \bar{y}|^2 = 2|\bar{x}|^2 + 2|\bar{y}|^2$.

(બ) કોઈપણ બે ગણો.

1. જો $\bar{a} = 5\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\bar{b} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$ અને $\bar{c} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ તો $|2\bar{a} - 3\bar{b} + 4\bar{c}|$ ની કિંમત શોધો .
2. સારિશો $2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ અને $\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો .
3. અચળ બળો $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ અને $4\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$ ની અસર નીચે એક કણનું $3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ થી $\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ સુધી સ્થાનાંતર થાય તો થતું કાર્ય શોધો .

Q.5 (અ) કોઈપણ બે ગણો.

1. સાબિત કરો કે $\tan \frac{\pi}{20} \tan \frac{3\pi}{20} \tan \frac{5\pi}{20} \tan \frac{7\pi}{20} \tan \frac{9\pi}{20} = 1$
2. સાબિત કરો કે $\tan 55^\circ = \frac{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}$
3. સાબિત કરો કે $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$

(બ) કોઈપણ બે ગણો.

1. સાબિત કરો કે $\frac{\tan(\pi - \theta)}{\tan(\pi + \theta)} \times \frac{\cot(\pi + \theta)}{\cot(\pi - \theta)} \times \frac{\tan(2\pi + \theta)}{\cot(2\pi - \theta)} = -\tan^2 \theta$
2. જો $\tan \theta = \frac{1}{2}$ તો સાબિત કરો કે $7 \cos 2\theta + 8 \sin 2\theta = \frac{53}{5}$.
3. $y = \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$ નો આલેખ દોરો .
