

Seat No.: _____

Enrolment No. _____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA - 1'ST / 2'ND SEMESTER-EXAMINATION –JUNE/JULY- 2012
Subject code: 310034

Subject Name: Mathematics-I

Date: 22/06/2012

Time: 10.30 am – 01.00 pm

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. English version is considered to be Authentic

Q.1	(a)	Fill the blanks.	07
		(1) $\log_{10} 0.0001 =$ -----	
		(2) $\bar{a}(\bar{b} \times \bar{a}) =$ -----	
		(3) ${}^n C_r =$ ----- ($0 \leq r \leq n$)	
		(4) If Matrix A = $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ then $A^2 =$ -----	
		(5) Total number of terms in the expansion of $(x-2y)^{11}$ is -----	
		(6) For $-1 < x < 1, (1-x)^{-1} =$ -----	
		(7) $\begin{vmatrix} 1981 & 1982 & 1983 \\ 1984 & 1985 & 1986 \\ 1987 & 1988 & 1989 \end{vmatrix} =$ -----	
	(b)		
	(1)	Insert five G.M. between 2 and 16.	04
	(2)	Simplify: $\log 2 + 16\log(16/15) + 12\log(25/24) + 7\log(81/80)$	03
Q.2			
	(a)		
	(1)	Find the coefficient of x^4 in the expansion of $(x + 5/x^3)^8$	04
	(2)	For a G.P. Show that $T_{n-1} \times T_{n+1} = (T_n)^2$	03
	(b) (1)	Using Binomial theorem Prove that $(\sqrt[4]{2} + 1)^6 + (\sqrt[4]{2} - 1)^6 = 198$	04
	(2)	Show that $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc(1 + 1/a + 1/b + 1/c)$	03
		OR	
	(b) (1)	Using Binomial theorem find first three terms in the expansion of $\frac{(1+x)^{3/4} \sqrt{1+x}}{(1-x)^2}$	04
	(2)	Using the properties of determinant prove that	03

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ x^2 & 1 & x \\ x & x^2 & 1 \end{vmatrix} = (1-x^3)^2$$

Q.3

- (a) Find the inverse of the Matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & -10 & -1 \\ -2 & 8 & 2 \\ 2 & -4 & -2 \end{bmatrix}$ and show that $A \cdot A^{-1} = I$ 04

- (2) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ then find $A^2 - 2A - I$. 03

- (b)(1) The forces $3i + 2j + k$ and $2k + i + 5j$ act on a particle. Under the action of these forces, particle moves to point $3i + j + 4k$ from the point $i + 3j - 2k$. find the work done by forces. 04

- (2) Find the angle between two vectors $2i + j - 3k$ and $2i - 2j + 4k$ 03

OR

- Q.3 (a) (1) If Matrix $A+B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ and $A-B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ then find $(AB)^{-1}$ 04

- (2) Solve the following equation using matrix method only. 03

$$2x = 3y + 5 \quad \text{and} \quad 3x + y = 9.$$

- (b)(1) If $\bar{a} = (2, -3, -1)$ and $\bar{b} = (1, 4, -3)$ then find $(\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b})$. Also find modulus of $(\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b})$ 04

- (2) Simplify: $(10i + 2j + 3k) \cdot [(i - 2j + 2k) \times (3i - 2j - 2k)]$ 03

Q.4

- (a) (1) Define Unit Circle. An Arc of circle subtended angle 45 degree at center and length of arc is 18.7 unit. Then find the area of the Sector. 04

- (2) Prove that $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = \sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta + 1$ 03

- (b) Simplify : 04

$$(1) \frac{\sin(\theta - \pi/2)}{\cos(\theta - \pi)} + \frac{\tan(\pi/2 + \theta)}{\cot(\pi + \theta)} + \frac{\operatorname{cosec}(\pi/2 + \theta)}{\sec(\pi + \theta)}$$

- (2) Show that $\sin(A + B) \cdot \sin(A - B) = \sin^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \cos^2 A$ 03

OR

- Q.4**
- (a) Prove that $\tan 5A - \tan 3A - \tan 2A = \tan 5A \cdot \tan 3A \cdot \tan 2A$ **04**
 - (1)
 - (2) If $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$ then show that $\cos^2 \theta + \cos^4 \theta = 1$ **03**
 - (b) For all real values of A and B prove that,
 $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$ **04**
 - (1)
 - (2) If $\tan \theta = \frac{1}{2}$ then show that $7\cos 2\theta + 8\sin 2\theta = 53/5$ **03**

Q.5

- (a) (1) Draw the graph of $y = \cos(x/2)$, $0 \leq x \leq 2\pi$ **04**
 - (2) Show that $\sin 3\theta = 3\sin \theta - 4\sin^3 \theta$ and find the value of $\sin 15^\circ$ **03**
 - (b)(1) For any triangle show that $\tan \frac{(B-C)}{2} = \frac{(b-c)}{(b+c)} \cot \frac{A}{2}$ **04**
 - (2) show that $8 \cdot \sin 15^\circ \cdot \sin 45^\circ \cdot \sin 75^\circ = \sqrt{2}$ **03**
- OR**
- Q.5**
- (a) (1) Draw the graph of $y = \sin(x)$, $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ **04**
 - (2) In triangle ABC, with usual notations prove that

$$\cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2} = \frac{S}{4R}$$
 03
 - (b)(1) In triangle ABC, if $a = 3$, $b = 3$ and $c = 4$ then find Δ , R and r . **03**
 - (2)
 - i. prove that $\frac{1 - \cos A + \sin A}{1 + \cos A + \sin A} = \tan \frac{A}{2}$ **04**
 - ii. show that $\cos 4x = 1 - 8\cos^2 x + 8\cos^4 x$

Q.1 (a) ખાલીજગ્યા પુરો. 07

(1) $\log_{10} 0.0001 = \dots$

(2) $\bar{a} \cdot (\bar{b} \times \bar{a}) = \dots$

(3) ${}^n C_r = \dots \quad (0 \leq r \leq n)$

(4) જો શૈક્ષણિક આ $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ તો $A^2 = \dots$

(5) દ્વિપદી $(x-2y)^{11}$ ના વિસ્તરણ કરતા ફૂલ પદો ની સંખ્યા \dots છે.

(6) For $-1 < x < 1, (1-x)^{-1} = \dots$

(7) $\begin{vmatrix} 1981 & 1982 & 1983 \\ 1984 & 1985 & 1986 \\ 1987 & 1988 & 1989 \end{vmatrix} = \dots$

(b) 04

(1) 2 અને 16 વચ્ચે પાંચ સમગુણોત્તર મધ્યક દાખલ કરો.

(2) સાદૃદ્વાપ આપો. $\log 2 + 16\log(16/15) + 12\log(25/24) + 7\log(81/80)$ 03

Q.2

(a) 04

(1) $(x + 5/x^3)^8$ ના વિસ્તરણ માં x^{-4} નો સહગુણક શોધો. 03

(2) સમગુણોત્તર શૈક્ષણિક માટે દર્શાવો કે $T_{n-1} \times T_{n+1} = (T_n)^2$

(b) (1) દ્વિપદી પ્રમેય નો ઉપયોગ કરી સાબીત કરો કે $(\sqrt{2}+1)^6 + (\sqrt{2}-1)^6 = 198$ 04

(2) સાબીત કરો $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc(1 + 1/a + 1/b + 1/c)$ 03

OR

(b) (1) દ્વિપદી પ્રમેય નો ઉપયોગ કરી વિસ્તરણ ના પ્રથમ ત્રણ પદો ગણો. 04

$$\frac{(1+x)^{3/4} \sqrt{1+x}}{(1-x)^2}$$

(2) નિશ્ચયાચક ના ગુણધર્મોનો ઉપયોગ કરી સાબીત કરો. 03

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ x^2 & 1 & x \\ x & x^2 & 1 \end{vmatrix} = (1-x^3)^2$$

Q.3

(a) (1) A નો વ્યસ્ત શ્રેણીક મેળવો. જ્યાં $A = \begin{bmatrix} 3 & -10 & -1 \\ -2 & 8 & 2 \\ 2 & -4 & -2 \end{bmatrix}$ તથા 04

દર્શાવો કે $A \cdot A^{-1} = I$

(2) જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ તો $A^2 - 2A - I$ મેળવો.. 03

(b)(1) બળો $3i + 2j + k$ તથા $2k + i + 5j$ એક કણ પર કાર્ય કરે છે જેથી તેના બિંદુ $3i + j + 4k$ થી $i + 3j - 2k$ બિંદુપર સ્થાનાંતર થાય છે.. તો થયેલ કાર્ય શોધો.

(2) બે સંદર્ભ $2i + j - 3k$ અને $2i - 2j + 4k$ વચ્ચે નો ખુણો શોધો. 03

OR

Q.3 (a) (1) જો શ્રેણીક $A+B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ અને $A-B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો $(AB)^{-1}$ શોધો. 04

(2) શ્રેણીક ની મદદ થી ઉકેલ મેળવો. $2x = 3y + 5$ અને $3x + y = 9$. 03

(b)(1) જો $\bar{a} = (2, -3, -1)$ અને $\bar{b} = (1, 4, -3)$ તો $(\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b})$ શોધો. તથા $(\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b})$ નો માન શોધો. 04

(2) સાદૃકૃપ આપો: $(10i + 2j + 3k) \cdot [(i - 2j + 2k) \times (3i - 2j - 2k)]$ 03

Q.4

(a) (1) એકમ વર્તુળ ની વ્યાખ્તા આપો.. 18.7 એકમ લબાઇની ચાપ વર્તુળ ના કેન્દ્ર પાસે 45નો ખુણો બનાવે છે. તો વ્લૂતાંશ નું ક્ષેત્રફળ શોધો. 04

(2) સાબીત કરો: $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = \sec \theta \cdot \cosec \theta + 1$ 03

(b) સાદૃકૃપ આપો: 04

(1)
$$\frac{\sin(\theta - \pi/2)}{\cos(\theta - \pi)} + \frac{\tan(\pi/2 + \theta)}{\cot(\pi + \theta)} + \frac{\cosec(\pi/2 + \theta)}{\sec(\pi + \theta)}$$

(2) સાબીત કરો: $\sin(A + B) \cdot \sin(A - B) = \sin^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \cos^2 A$ 03

OR

- Q. 4**
- (a) साबित करो $\tan 5A - \tan 3A - \tan 2A = \tan 5A \cdot \tan 3A \cdot \tan 2A$ 04
 - (1) 03
 - (2) जो $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$ तो साबित करो के $\cos^2 \theta + \cos^4 \theta = 1$ 03
 - (b) A अने B नी वास्तवीक फ़िल्मतो माटे साबित करो,
04
 - (1) $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$ 03
 - (2) जो $\tan \theta = \frac{1}{2}$ तो साबित करो के $7\cos 2\theta + 8\sin 2\theta = 53/5$ 03

Q.5

- (a) (1) ग्राफ दोरो. $y = \cos(x/2)$, $0 \leq x \leq 2\pi$ 04
- (2) साबित करो $\sin 3\theta = 3\sin \theta - 4\sin^3 \theta$ अने फ़िल्मत शोधो $\sin 15^\circ$ 03
- (b)(1) कोष पण्य त्रिकोण माटे साबित करो, $\tan(B - C)/2 = \frac{(b - c)}{(b + c)} \cot \frac{A}{2}$ 04
- (2) साबित करो, $8 \cdot \sin 15^\circ \cdot \sin 45^\circ \cdot \sin 75^\circ = \sqrt{2}$ 03

OR

- Q.5**
- (a) (1) ग्राफ दोरो. $y = \sin(x)$, $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ 04
 - (2) ΔABC माटे प्रथलीत संकेत मां साबित करो,
 $\cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2} = \frac{S}{4R}$ 03
 - (b)(1) ΔABC माटे जो $a = 3$, $b = 3$ अने $c = 4$ नो Δ , R अने r शोधो. 03
 - (2) i. साबित करो $\frac{1 - \cos A + \sin A}{1 + \cos A + \sin A} = \tan \frac{A}{2}$ 04
 - ii. साबित करो $\cos 4x = 1 - 8\cos^2 x + 8\cos^4 x$
