

Seat No.: \_\_\_\_\_

Enrolment No. \_\_\_\_\_

## GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER -EXAMINATION – WINTER 2015

**Subject Code: 320001**

**Date: 08/01/2016**

**Subject Name: Mathematics-II**

**Time: 10:30 AM TO 1:00 PM**

**Total Marks: 70**

**Instructions:**

1. Attempt ALL questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Each question carry equal marks (14 marks)
5. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible.

**Q.1 (a) Fill in the blanks:**

**07**

- 1  $d[(6,-8), (6,-3)] = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 2 The y – intercept of the line  $x-2=0$  is  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 3 The radius of the circle  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 9$  is  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 4 If  $f(x) = e^{\sin x}$  then  $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 5  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 6 If  $f(x) = 2^x$  then  $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 7  $\int_{-3}^3 x^5 dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**(b) Do as directed**

- 1 Using distance formula , show that the points  $(2,1), (5,4), (4,7)$  and  $(1,4)$  in the given order form a parallelogram. **04**
- 2 If  $A(2,3), B(4,7)$  and  $C(-5,-1)$  are the vertices of  $\Delta ABC$  , find the length of its median  $\overline{CF}$  **03**

**Q.2 (a) Do as directed**

- 1 Find the equation of a line parallel to the line  $4x-3y+7=0$  and passing through the point  $P(4,3)$ . **04**
- 2 Find the acute angle between the lines  $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$  and  $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$  **03**

**(b) ) Do as directed**

- 1 Find the equations of the tangent and the normal at the point  $(1,1)$  on the circle  $2x^2 + 2y^2 - 8x - 8y + 12 = 0$ . **04**
- 2 If the radius of a circle  $2x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - k = 0$  is 4, then find  $k$ . **03**

**OR**

**(b) ) Do as directed**

- 1 i) Evaluate :  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{5x}{7}\right)^{\frac{2}{x}}$  ii) Evaluate :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$  **04**
- 2 If  $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$  then prove that  $f(x) + f(-x) = f(x^2)$  **03**

**Q.3 (a) Do as directed**

1 If  $f(x) = 3^x$  then find  $f'(x)$  by using definition of a derivatives 04

2 Evaluate:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 5x + 3}$  03

**(b) ) Do as directed**

1 If  $y = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 04

2 If  $y = x^2 \cdot e^x \cdot \sin x$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 03

**OR**

**Q.3 (a) Do as directed**

1 If  $y = \log(\sin x) + \log(\cos x)$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 04

2 If  $x+y = \sin(xy)$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 03

**(b) Do as directed**

1 If  $y = (\sin x)^x$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 04

2 If  $x = a \sin^3 \theta$ ,  $y = b \cos^3 \theta$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 03

**Q.4 (a) Do as directed**

1 If  $y = 2e^{3x} + 3e^{-2x}$  then prove that  $y_2 - y_1 - 6y = 0$  04

2 The motion of a particle is given by  $s = -5t^3 + 15t + 3$ , find velocity and acceleration at  $t = 3$ . 03

**(b) Do as directed**

1 Evaluate:  $\int \sec^2 x \cosec^2 x \, dx$  04

2 Evaluate:  $\int \frac{(1-3x)^2}{x^3} \, dx$  03

**OR**

**Q.4 (a) Do as directed**

1 Find the maximum and minimum value of  $f(x) = x^3 - 3x + 11$ . 04

2 If  $a^2 x^2 + b^2 y^2 = a^2 b^2$  then find  $y_2$ . 03

**(b) ) Do as directed**

1 Find the area enclosed by the parabola  $y^2 = 4ax$  and  $x^2 = 4ay$ . 04

2 Evaluate:  $\int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1+x^6} \, dx$  03

**Q.5 ( a) Do as directed**

1 Evaluate:  $\int x^3 \sec^2(x^4) \, dx$  04

2 Evaluate:  $\int x \cos x \, dx$  03

**(b) ) Do as directed**

1 Evaluate:  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sec x}{\sec x + \cosec x} \, dx$  04

2 Find the area enclosed by the parabola  $y = x^2$ , the x-axis and the lines  $x=2$  and  $x=3$ . 03

**OR**

**Q.5 a) Do as directed**

1 Evaluate:  $\int \frac{2x+1}{(x+1)(x-3)} dx$  04

2 Evaluate:  $\int_0^2 \frac{x^2}{1+x^2} dx$  03

**(b) Do as directed**

1 Evaluate:  $\int \cos(\log x) dx$  04

2 Evaluate:  $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$  03

\*\*\*\*\*

**પ્ર. 1 (અ) ખાલી જગ્યા પૂરો:** 07

1  $d[(6,-8), (6,-3)] = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2 રેખા  $x-2=0$  નો  $y -$  અક્ષ પરનો અંત: હિંડ  $\underline{\hspace{2cm}}$  થાય.

3 વર્તુળ  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 9$  ની ત્રિજ્યા  $\underline{\hspace{2cm}}$  થાય

4 જો  $f(x) = e^{\sin x}$  હોય તો  $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6 જો  $f(x) = 2^x$  હોય તો  $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

7  $\int_{-3}^3 x^5 dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**(બ) સૂચના મુજબ કરો**

1 બતાવો કે  $(2,1), (5,4), (4,7)$  અને  $(1,4)$  કમમાં સમાંતર બાજુ યતુજોણ છે. 04

2 જો  $A(2,3), B(4,7)$  અને  $C(-5,-1)$   $\Delta ABC$  ના શિરોભિંદુઓ હોય તો મધ્યગા  $\overline{CF}$  ની લંબાઈ શોધો. 03

**પ્ર. 2 (અ) સૂચના મુજબ કરો .**

1  $P(4,3)$  માંથી પસાર થતી તેમજ રેખા  $4x-3y+7=0$  ને સમાંતર રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

04

2 સુરેખાઓ  $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$  અને  $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$  વચ્ચેનો ખૂણો શોધો. 03

**(બ) સૂચના મુજબ કરો**

1 વર્તુળ  $2x^2 + 2y^2 - 8x - 8y + 12 = 0$  પર ના બિંદુ  $(1,1)$  આગળના સ્પર્શક અને અભિલંબ ના સમીકરણ મેળવો 04

2 વર્તુળ  $2x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - k = 0$  ની ત્રિજ્યા 4 હોય તો  $k$  ની કિંમત મેળવો. 03

અથવા

(બ) સૂચના મુજબ કરો

- 1 i) કિંમત શોધો :  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{5x}{7}\right)^{\frac{2}{x}}$       ii) કિંમત શોધો :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$       04  
 2 જો  $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$  હોય તો સાબિત કરો કે  $f(x) + f(-x) = f(x^2)$ .      03

પ્ર. 3 (અ) સૂચના મુજબ કરો .

- 1 વ્યાખ્યાની મદદથી  $f(x) = 3^x$  નું વિકલન મેળવો.      04  
 2 કિંમત શોધો :  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 5x + 3}$       03

(બ) સૂચના મુજબ કરો

- 1 જો  $y = \frac{1-\sin x}{1+\sin x}$  હોય તો  $\frac{dy}{dx}$  મેળવો.      04  
 2 જો  $y = x^2 \cdot e^x \cdot \sin x$  હોય તો  $\frac{dy}{dx}$  મેળવો      03

અથવા

પ્ર.3 (અ) સૂચના મુજબ કરો .

- 1 જો  $y = \log(\sin x) + \log(\cos x)$  હોય તો  $\frac{dy}{dx}$  મેળવો.      04  
 2 જો  $x+y = \sin(xy)$  હોય તો  $\frac{dy}{dx}$  મેળવો.      03

(બ) સૂચના મુજબ કરો

- 1 જો  $y = (\sin x)^x$  હોય તો  $\frac{dy}{dx}$  મેળવો      04  
 2 જો  $x = a \sin^3 \theta$  અને  $y = b \cos^3 \theta$  હોય તો  $\frac{dy}{dx}$  મેળવો      03

પ્ર.4 (અ) સૂચના મુજબ કરો .

- 1 જો  $y = 2e^{3x} + 3e^{-2x}$  હોય તો સાબિત કરો કે  $y_2 - y_1 - 6y = 0$       04  
 2 એક કણ ની ગતિ નું સમીકરણ  $s = -5t^3 + 15t + 3$  હોય તો  $t = 3$  આગામી વેગ અને પ્રવેગ શોધો .      03

(બ) સૂચના મુજબ કરો

- 1 કિંમત શોધો :  $\int \sec^2 x \cosec^2 x \, dx$       04  
 2 કિંમત શોધો :  $\int \frac{(1-3x)^2}{x^3} \, dx$       03

અથવા

પ્ર.4 (અ) સૂચના મુજબ કરો .

1.  $f(x) = x^3 - 3x + 11$  ની અધિકતમ અને ન્યૂનતમ કિંમતો શોધો.      04  
 2 જો  $a^2x^2 + b^2y^2 = a^2b^2$  હોય તો  $y_2$  મેળવો      03

(બ) સૂચના મુજબ કરો

1 પરવલયો  $y^2 = 4ax$  અને  $x^2 = 4ay$  વડે ઘેરાયેલા પ્રદેશ નું ક્ષેત્રફળ મેળવો. 04

2 કિંમત શોધો :  $\int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1+x^6} dx$  03

પ્ર. 5 (અ) સૂચના મુજબ કરો .

1 કિંમત શોધો :  $\int x^3 \sec^2(x^4) dx$  04

2 કિંમત શોધો :  $\int x \cos x dx$  03

(બ) સૂચના મુજબ કરો

1 કિંમત શોધો :  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sec x}{\sec x + \cosec x} dx$  04

2 પરવલય  $y = x^2$  , x -અક્ષ તથા રેખાઓ  $x=2$  અને  $x=3$  થી સીમિત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો. 03

#### અથવા

પ્ર. 5 (અ) સૂચના મુજબ કરો .

1 કિંમત શોધો : :  $\int \frac{2x+1}{(x+1)(x-3)} dx$  04

2 કિંમત શોધો : :  $\int_0^2 \frac{x^2}{1+x^2} dx$  03

(બ) સૂચના મુજબ કરો

1 કિંમત શોધો :  $\int \cos(\log x) dx$  04

2 કિંમત શોધો :  $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$  03

\*\*\*\*\*