www.onlinegtu.com

Seat No.: ________ Enrolment No.______________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering - SEMESTER – II • EXAMINATION – WINTER 2012

Subject code: 320001 **Date: 16/01/2013**

Subject Name: Mathematics-II

Time: 10.30 am - 01.00 pm **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt any five questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **English version is considered to be Authentic.**

Q:1 (a) Do as Directed (Each question has equal marks): (14)

(1) If the distance between the points A(5,a) and B(2,6) is $3\sqrt{2}$ then find the value of 'a'.

(2) Find the angle between the lines y=5x+6 and y=x.

(3) Find the equation of the circle with centre (4,-3) and touching the Y-axis.

(4) If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ then Show that f(x)·f(-x) = 1.

(5) Evaluate: $\lim_{x\to\sqrt{2}} \frac{x^2+3\sqrt{2}x-8}{x^2-2}$

(6) If $f'(x) = 8x^3-10x+e^x$ and f(0) = 2 then find f(x).

(7) The equation of motion of a particle is $S = t^3+3t$ (t>0),When do velocity and acceleration become equal?

Q:2 (a) Fill in the blanks: (7)

(1) If P(-5,7) and Q(7,-2) then PQ = _____

(2) x-intercept of the line 3x+5 = 0 is _____

(3) Centre of the circle $x^2+y^2 = 9$ is _____

(4) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{2x}$ = _____

(5) If $y = \sqrt[4]{x^3}$ then $\frac{dy}{dx}$ = _____

(6) $f(x) = \frac{a^x+a^{-x}}{2}$ is an ______ function. (Odd, Even)

(7) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ dx = _____

(b) Find intersecting points of the line segment joining (4,5) and (13,-4). (3)

(c) Evaluate: (4)

(i) $\lim_{x\to 0}\left(1-\frac{2x}{3}\right)^{\frac{4}{x}}$ (ii) $\lim_{n\to\infty}\left[\sqrt{n^2+n+1}-n\right]$

OR

(b) Find the area of the quadrilateral whose vertices are the points A(1,2), B(-2,6), C(-3,-5) and D(2,-7). (3)

(c) Evaluate: (4)

(i) $\lim_{x\to 0}\frac{3\sin x-\sin 3x}{x^3}$ (ii) $\lim_{x\to a}\frac{\sqrt[5]{x}-\sqrt[5]{a}}{x-a}$

Q:3 (a) (i) If A(2,3), B(4,7) and C(5,-2) are the vertices of the ΔABC, Find the equation of median through vertex A. (3)

(ii) Find the length of perpendicular from (-3,-4) on to the line 4(x+2) = 3(y-4) (3)

www.onlinegtu.com

	(b)	(i) Find the centre and radius of the circle $4x^2+4y^2+8x-12y-3 = 0$.	(4)
		(ii) Using definition of derivative, find the derivative of x^3 with respect to x.	(4)
		OR	
Q:3	(a)	(i) Find the equation of the line passing through the point of intersection of lines $x-y=7$ and $2x+y=11$ and perpendicular to the line $3x-4y=7$.	(3)
		(ii) Find the equation of a circle which passing through the point (-2,5) and having the equation of the diameters $2x+y-3=0$ and $x-3y+2=0$.	(3)
	(b)	(i) Find the equation of the tangent and the normal at the point (2,3) on the circle $x^2+y^2-2x-9 = 0$	(4)
		(ii) Using definition of derivative, find the derivative of tanx with respect to x.	(4)
Q:4	(a)	(i) If $y = x^3\sin(\log x)$ then find $\frac{dy}{dx}$.	(3)
		(ii) If $x\sin y+y\sin x = 5$ then find $\frac{dy}{dx}$.	(3)
	(b)	(i) If $y = A\cos pt + B\sin pt$, Prove that $\frac{d^2y}{dt^2} + p^2y = 0$.	(4)
		(ii) Find the maxima and minima of the function x^3+x^2-x.	(4)
		OR	
Q:4	(a)	(i) If $y = \log\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)$ then find $\frac{dy}{dx}$.	(3)
		(ii) If $y = (\sin x)^{\tan x}$ then find $\frac{dy}{dx}$.	(3)
	(b)	(i) If $x=at^2$, $y=2at$, $t\neq 0$, Prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$.	(4)
		(ii) Find the maxima and minima of the function $f(x) = 2x^3-15x^2+36x+10$.	(4)
Q:5	(a)	Evaluate: (i) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x\cdot\sin^2 x}\,dx$ (ii) $\int \frac{e^x(1+x)}{\sin^2(xe^x)}\,dx$	(6)
	(b)	(i) Evaluate: $\int_0^a \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{a-x}}\,dx$	(4)
		(ii) Find the area between the curves $y = x^2$ and $y = x^3$.	(4)
		OR	
Q:5	(a)	Evaluate: (i) $\int \frac{1}{1\ \ \sin x}\,dx$ (ii) $\int x^2 e^x\,dx$	(6)
	(b)	(i) Evaluate: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^4 x\,dx$	(4)
		(ii) Find the area of the region bounded by the curves $y = x^2$ and the line $y = x+2$.	(4)

****

પ્રશ્ન:1(અ) માગ્યા પ્રમાણે જવાબ આપો: (14)

(1) જો બિંદુઓ A(5,a) અને B(2,6) વચ્ચેનુ અંતર $3\sqrt{2}$ હોય તો 'a' ની કિંમત શોધો.

(2) સુરેખાઓ y=5x+6 અને y=x વચ્ચેનો ખૂણો શોધો.

(3) કેન્દ્ર (4,-3) અને Y-અક્ષને સ્પર્શતા વર્તુળ્નુ સમીકરણ શોધો.

(4) જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ હોય તો બતાવો કે $f(x)\cdot f(-x) = 1$.

(5) મેળવો: $\lim_{x\to\sqrt{2}} \frac{x^2+3\sqrt{2}x-8}{x^2-2}$

(6) જો $f'(x) = 8x^3-10x+e^x$ અને $f(0) = 2$ હોય તો f(x) શોધો.

(7) ગતિ કરતાં કણનું સમીકરણ $S = t^3+3t$ $(t>0)$ છે, ક્યારે વેગ અને પ્રવેગ સરખાં થશે?

પ્રશ્ન:2(અ) ખાલી જગ્યા પૂરો: (7)

(1) જો P(-5,7) અને Q(7,-2) તો PQ = _______

(2) રેખા 3x+5 = 0 નો x-અંત:ખંડ _______ છે.

(3) વર્તુળ $x^2+y^2 = 9$ નું કેન્દ્ર _______ છે.

(4) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{2x}$ = ______

(5) જો $y = \sqrt[4]{x^3}$ તો $\frac{dy}{dx}$ = ______

(6) $f(x) = \frac{a^x+a^{-x}}{2}$ એ _______ વિધેય છે. (યુગ્મ, અયુગ્મ)

(7) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ = ______

(બ) બિંદુઓ (4,5) અને (13,-4) જોડતાં રેખાખંડને ત્રિવિભાજન કરતાં બિંદુનાં યામ શોધો. (3)

(ક) મેળવો: (4)

(ii) $\lim_{x\to 0}(1-\frac{2x}{3})^{\frac{1}{x}}$ (ii) $\lim_{n\to\infty}[\sqrt{n^2+n+1}-n]$

અથવા

(બ) બિંદુઓ A(1,2), B(-2,6), C(-3,-5) અને D(2,-7) જેનાં શિરોબિંદુઓ હોય તેવા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ્ નુ ક્ષેત્રફળ શોધો. (3)

(ક) મેળવો: (4)

(ii) $\lim_{x\to 0}\frac{3\sin x-\sin 3x}{x^3}$ (ii) $\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}$

પ્રશ્ન:3(અ) (i) જો A(2,3), B(4,7) અને C(5,-2) એ ΔABCનાં શિરોબિંદુઓ હોય તો A માંથી પસાર થતી મધ્યગાનું સમીકરણ શોધો. (3)

(ii) બિંદુ (-3,-4) માંથી સુરેખા 4(x+2) = 3(y-4) પરનું લંબઅંતર શોધો. (3)

(બ) (i) વર્તુળ $4x^2+4y^2+8x-12y-3 = 0$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો. (4)

(ii) વિકલનની વ્યાખ્યાની મદદથી, x^3 નું x ની સાપેક્ષે વિકલન કરો. (4)

અથવા

પ્રશ્ન:3(અ) (i) સુરેખાઓ x-y =7 અને 2x+y=11 નાં છેદનબિંદુમાંથી પસાર થતી અને રેખા 3x-4y=7ને લંબ હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ શોધો. (3)

(ii) બિંદુ (-2,5) માંથી પસાર થતાં અને જેનાં વ્યાસનાં સમીકરણ $2x+y-3=0$ અને $x-3y+2=0$ હોય તેવા વર્તુળનું સમીકરણ શોધો. (3)

(બ) (i) વર્તુળ $x^2+y^2-2x-9 = 0$ ને બિંદુ (2,3) આગળ સ્પર્શક અને અભિલંબનું સમીકરણ શોધો. (4)

(ii) વિકલનની વ્યાખ્યાની મદદથી, tanx નું x ની સાપેક્ષે વિકલન કરો. (4)

પ્રશ્ન:4(અ) (i) જો $y = x^3\sin(\log x)$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. (3)

(ii) જો $x\sin y+y\sin x = 5$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. (3)

(બ) (i) જો $y = A\cos pt + B\sin pt$, હોય તો સાબિત કરો કે $\frac{d^2y}{dt^2} + p^2y = 0$. (4)

(ii) વિધેય x^3+x^2-x ની મહત્તમ અને ન્યૂનતમ કિંમત શોધો. (4)

અથવા

પ્રશ્ન:4(અ) (i) જો $y = \log\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. (3)

(ii) જો $y = (\sin x)^{\tan x}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. (3)

(બ) (i) જો $x=at^2$, $y=2at$, $t\neq0$, હોય તો સાબિત કરો કે $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$. (4)

(ii) વિધેય $f(x) = 2x^3-15x^2+36x+10$ ની મહત્તમ અને ન્યૂનતમ કિંમત શોધો. (4)

પ્રશ્ન:5(અ) મેળવો: (6)

(i) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$ (ii) $\int \frac{e^x(1+x)}{\sin^2(xe^x)} dx$

(બ) (i) મેળવો : $\int_0^a \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{a-x}} dx$ (4)

(ii) વક્ર $y = x^2$ અને $y = x^3$ વચ્ચેનું ક્ષેત્રફળ શોધો. (4)

અથવા

પ્રશ્ન:5(અ) મેળવો: (6)

(i) $\int \frac{1}{1-\sin x} dx$ (ii) $\int x^2 e^x dx$

(બ) (i) મેળવો : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^4 x \, dx$ (4)

(ii) વક્ર $y = x^2$ અને રેખા $y = x+2$ થી ઘેરાયેલા ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો. (4)